

Aula 01

Movimentos, Biomecânica e Elasticidade

1. INTRODUÇÃO

Para realizar suas tarefas cotidianas freqüentemente os seres vivos precisam se *movimentar*. Muitas vezes, esses movimentos são importantes para a própria sobrevivência - seja para se alimentar ou se defender. Aplicando-se as leis físicas ao corpos em movimento este *movimentos* geralmente são bastante simples de ser analisados. Na física os movimentos mais simples são os unidimensionais sendo um pouco mais complexos os compostos ou bidimensionais. Qualquer análise de um movimento exige determinações das variáveis *deslocamento*, *velocidade* e *aceleração*. Essas variáveis são *quantidades vetoriais*; portanto representadas por um *vetor*. A seguir faremos um resumo das principais propriedades dessas quariuidades (veja a Figura 1 e a Figura 2).

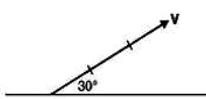


Figura 3.1 Vetor \mathbf{V} de magnitude 3 e direção de 30° .

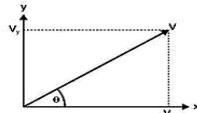


Figura 3.2 Vetor de magnitude \mathbf{V} e direção θ com os componentes \mathbf{V}_x e \mathbf{V}_y .

Para representar uma quantidade vetorial, é necessário conhecer sua magnitude, ou intensidade e sua direção (normalmente é o ângulo em relação à direção horizontal), sendo sua representação um *vetor*. Por exemplo, na Figura 1, o vetor \mathbf{V} tem magnitude de 3 unidades e inclinação de 30° em relação à direção horizontal.

Para fazermos operações usando *quantidades vetoriais*, é conveniente que os vetores sejam representados por um sistema de eixos cartesianos.

Por exemplo, na figura 2 está representado o vetor \mathbf{V} , de magnitude V e direção θ .

Os componentes desse vetor nas direções x e y são

$$\mathbf{V}_x = V \cos \theta; \quad \mathbf{V}_y = V \sin \theta$$

E sua inclinação é

$$\theta = \tan^{-1} \left(\frac{\mathbf{V}_y}{\mathbf{V}_x} \right)$$

Logo, o vetor \mathbf{V} terá a seguinte representação

$$\mathbf{V} = \mathbf{V}_x \mathbf{i} + \mathbf{V}_y \mathbf{j}$$

onde \mathbf{i} e \mathbf{j} são vetores unitários (magnitude um) nas direções x e y respectivamente.

Note que $\mathbf{V} = \sqrt{\mathbf{V}_x^2 + \mathbf{V}_y^2}$

Se temos um conjunto de n vetores: $\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \dots, \mathbf{A}_n$, cada um com os componentes A_{ix} e A_{iy} , ($i = 1, 2, \dots, n$), então a soma desses vetores será o vetor

$$\mathbf{S} = S_x \mathbf{i} + S_y \mathbf{j} = \sum_i \mathbf{A}_i = \left(\sum_i A_{ix} \right) \mathbf{i} + \left(\sum_i A_{iy} \right) \mathbf{j}$$

De magnitude $S = \sqrt{S_x^2 + S_y^2}$, e inclinação $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{S_y}{S_x} \right)$

Se considerarmos o vetores $\mathbf{A} = A_x \mathbf{i} + A_y \mathbf{j}$ e $\mathbf{B} = B_x \mathbf{i} + B_y \mathbf{j}$, então

- a diferença entre esses vetores será

$$\mathbf{D} = \mathbf{A} - \mathbf{B} = (A_x - B_x) \mathbf{i} + (A_y - B_y) \mathbf{j}$$

- o produto escalar desses vetores

$$\mathbf{E} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A_x B_x + A_y B_y = AB \cos \Psi$$

- o produto vetorial desses vetores será

$$\mathbf{V} = \mathbf{A} \times \mathbf{B} = (A_x B_y - A_y B_x) \mathbf{i} \times \mathbf{j} = AB \sin \Psi \mathbf{i} \times \mathbf{j}$$

Na Figura 3.3 estão representados os vetores \mathbf{A} e \mathbf{B} e nas figuras 3.4 e 3.5, os vetores \mathbf{D} e \mathbf{V} , respectivamente.

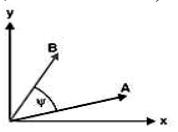


Figura 3.3 Vetores \mathbf{A} e \mathbf{B} formando um ângulo ψ .

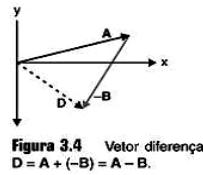


Figura 3.4 Vetor diferença $\mathbf{D} = \mathbf{A} + (-\mathbf{B}) = \mathbf{A} - \mathbf{B}$.

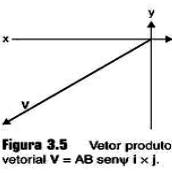


Figura 3.5 Vetor produto vetorial $\mathbf{V} = AB \sin \psi \mathbf{i} \times \mathbf{j}$.

Note que o produto escalar de vetores é uma quantidade *escalar*, enquanto o produto vetorial é um *vetor*, de magnitude $AB \sin \Psi$, orientado na direção perpendicular ao plano formado pelos vetores \mathbf{A} e \mathbf{B} .

2. MOVIMENTO NO PLANO

Movimento no plano é o movimento que um corpo realiza ao longo de uma *trajetória curva* sobre um plano fixo. Quando conhecemos

- o movimento, então podemos encontrar a *velocidade*, a aceleração e força centrípeta ao corpo que está se movimentando.;
- a força aplicada ao corpo, então podemos conhecer a equação do movimento.

Deslocamento e velocidade média

A Figura 3.6 apresenta uma trajetória curva em um plano xy . Quando um corpo se *desloca* do ponto P até Q , ao longo de sua trajetória, esse *deslocamento* é representado pelo vetor Δr . Se Δt é o tempo que o corpo gasta para ir de P até Q , então definimos o vetor *velocidade média* como

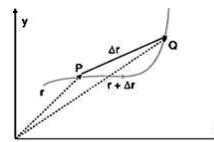


Figura 3.6 Trajeto de curva de um corpo em movimento. P e Q são pontos dessa trajetória, com vetores na posição \mathbf{r} e $\mathbf{r} + \Delta \mathbf{r}$, respectivamente.

$$\mathbf{V}_m = \frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \quad (3.2)$$

Onde \mathbf{V}_m tem a mesma direção de $\Delta \mathbf{r}$, e \mathbf{V}_m é o mesmo para qualquer trajetória que leve o corpo de P até Q no tempo Δt .

Velocidade Instantânea

Velocidade instantânea é definida em módulo, direção e sentido, como o limite para o qual tende \mathbf{V}_m quando Q se aproxima cada vez mais de P . Ou seja,

$$\mathbf{V} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta \mathbf{r}}{\Delta t} \right) = \frac{d \mathbf{r}}{dt} \quad (3.3)$$

À medida que $Q \rightarrow P$, a direção de $\Delta \mathbf{r}$ se aproxima da direção da tangente da trajetória em P . Portanto, a velocidade instantânea \mathbf{V} em qualquer ponto da trajetória nesse ponto.

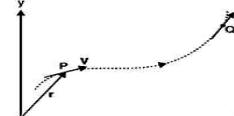


Figura 3.7 Os vetores velocidade instantânea \mathbf{V} e \mathbf{V}' são respectivamente tangentes à trajetória nos pontos P e Q.

Na Figura 3.7 mostramos as velocidades instantânea \mathbf{V} e \mathbf{V}' nos pontos P e Q , respectivamente.

Aceleração

De acordo com a figura 3.7, a velocidade do móvel, ao ir de P até Q , experimentou uma variação $\Delta \mathbf{V} = \mathbf{V}' - \mathbf{V}$. Como o tempo gasto é Δt , sua aceleração média será

$$\mathbf{a}_m = \frac{\Delta \mathbf{V}}{\Delta t} \quad (3.4)$$

Quando Q se aproxima cada vez mais de P . Ou seja, quando $\Delta t \rightarrow 0$, a aceleração em P é a aceleração instantânea, isto é,

$$\mathbf{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta \mathbf{V}}{\Delta t} \right) = \frac{d \mathbf{V}}{dt} \quad (3.5)$$

A figura 3.8 mostra os vetores velocidade e aceleração instantânea no ponto P da trajetória.

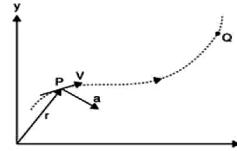


Figura 3.8 O vetor aceleração instantânea \mathbf{a} no ponto P da trajetória.

Em geral, de acordo com a figura 3.9, \mathbf{a} pode ser decomposto em componentes nas direções normal (a_\perp) e tangencial (a_\parallel) à trajetória. O componente a_\parallel surge da variação no módulo de \mathbf{V} , enquanto a_\perp surge da variação na direção de \mathbf{V} .

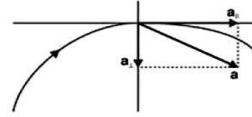


Figura 3.9 O vetor aceleração instantânea \mathbf{a} tem componentes normal (a_\perp) e tangencial (a_\parallel) à trajetória.

Todo movimento realizado com a constante é denominado movimento uniformemente acelerado (MUA). As equações (3.5) e (3.3), depois de integradas, nos darão a velocidade e a posição em qualquer instante t:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{a}t \quad (3.6)$$

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}_0 t + \frac{1}{2} \mathbf{a}t^2 \quad (3.7)$$

Onde \mathbf{v}_0 e \mathbf{r}_0 são, respectivamente, a velocidade e a posição no instante $t = 0$. Sendo \mathbf{a} constante, tanto a direção como o módulo do vetor aceleração não mudam. Se o MUA gerar uma trajetória na direção horizontal x, ou seja, $\mathbf{r} = \mathbf{x} \mathbf{i}$ e $\mathbf{a} = a_0 \mathbf{j}$, então as equações (3.6) e (3.7) ficam simplificadas para a forma

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + a_0 \mathbf{t} \quad (3.8)$$

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 + \mathbf{v}_0 t + \frac{1}{2} a_0 t^2 \quad (3.9)$$

Onde \mathbf{v}_0 e \mathbf{x}_0 são, respectivamente, a velocidade e a posição no instante $t = 0$. Os termos nas equações (3.8) e (3.9) são escalares, pois o movimento, por ser unidimensional, não exige variáveis vetoriais. Nas figuras 3.10 e 3.11 estão representados, respectivamente, os gráficos das equações 3.8 e 3.9.

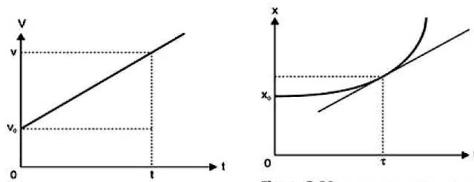


Figura 3.10 Gráfico $V = f(t)$ para um MUA; a inclinação da reta é o valor a_0 da aceleração.

Figura 3.11 Gráfico $x = f(t)$ para um MUA; a inclinação da tangente ao gráfico, no instante t , é a velocidade neste instante.

Na figura 3.10 encontramos $a_0 = \frac{(v-v_0)}{t}$, ou $t = \frac{(v-v_0)}{a_0}$. Substituindo este valor do tempo em (3.9), encontramos a seguinte relação para a velocidade:

$$v^2 = v_0^2 + 2a_0(x - x_0) \quad (3.10)$$

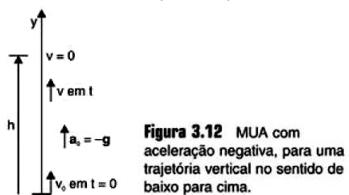


Figura 3.12 MUA com aceleração negativa, para uma trajetória vertical no sentido de baixo para cima.

O movimento de queda livre gera uma trajetória vertical (direção y); nesse tipo de movimento os corpos experimentam uma aceleração constante $\mathbf{a}_0 = \mathbf{g} = 9,8 \text{ m/s}^2$, na direção vertical e no sentido de cima para baixo. Logo trata-se de um MUA que, de acordo com a figura 3.12, terá as seguintes equações quando o movimento for de baixo para cima:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 - \mathbf{gt} \quad (3.11)$$

$$y = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \quad (3.12)$$

Como o corpo está sofrendo uma desaceleração constante, em determinado momento sua velocidade poderá ser nula ($v = 0$). Quando isto acontecer, ele terá alcançado uma altura h , que dependerá da velocidade v_0 .

$$v_0^2 = 2gh \quad (3.13)$$

➤ PRIMEIRA APLICAÇÃO: VELOCIDADE DA CAMINHADA

Considere uma pessoa cuja perna tem comprimento ℓ , e T é o tempo necessário para que o mesmo pé toque o chão em duas passadas consecutivas. Logo $T/2$ será o tempo necessário para dar só um passo. Segundo o conceito de escala, podemos dizer que, ao dar uma passo, o humano avança aproximadamente ℓ . Se N for o número de passos por unidade de tempo, então $N = \ell / (T/2) \propto \ell / T$. Como a caminhada pode ser considerada um movimento periódico de amplitude 1 e período T, assim como está representado na figura 3.13, então $T \propto \sqrt{\ell}$. A velocidade de caminhada v_c é N vezes a distância correspondente a um passo, logo,

$$v_c = N \cdot \ell \propto \frac{\ell}{\sqrt{\ell}} \propto \sqrt{\ell}$$

Discussões baseadas no custo energético da forma bipedal, usada pelos seres humanos para caminhar, argumentam que assim é possível cobrir grandes distâncias de maneira econômica. Porém, alguns biólogos sustentam que, devido a essa forma de caminhar, a locomoção dos seres humanos é mais ineficiente se for comparada com a de outros animais.

O conceito de andadeiro tem sido aplicado principalmente à locomoção terrestre sobre pernas ou patas, porém é usual aplicar-se a outras formas de locomoção.

➤ SEGUNDA APLICAÇÃO: VELOCIDADE DE CORRIDA DOS SERES HUMANOS

Inicialmente devemos saber se a corrida é de longa, média ou curta distância, pois, em cada caso, a velocidade média \bar{V} alcançada pelos atletas é diferente. Durante um tempo limitado, geralmente o atleta mantém uma velocidade igual a sua velocidade máxima. Se calcularmos as velocidades \bar{V} correspondentes às provas típicas de atletismo, notaremos que, no caso dos homens, \bar{V} aumenta em corridas de até $d \approx 200 \text{ m}$ e decresce. A figura 3.14 mostra esse comportamento de \bar{V} em função da distância d. Os valores de \bar{V} foram calculados com base nos últimos tempos recordes mundiais conseguidos nas respectivas provas de atletismo.

A figura 3.15 mostramos como varia a velocidade v de um atleta em função do tempo t para uma prova de 200 m. Após $t \approx 2 \text{ s}$, o atleta atinge uma velocidade próxima de 10.5 m/s , sua velocidade máxima. Para essa distância, a velocidade média é menor que a velocidade máxima e, se o período de aceleração é aproximadamente o mesmo para um corredor de distâncias curtas, então, como mostra a Figura 3.14, a velocidade média para $d = 200 \text{ m}$ é maior que para $d = 100 \text{ m}$.

Para médias e longas distâncias, a velocidade média do atleta começa a decrescer à medida que a distância aumenta, pois o suprimento de O_2 começa a diminuir, tornando-se insuficiente para a demanda. O atleta inicia seu esgotamento de O_2 entre 200 m e 400 m.

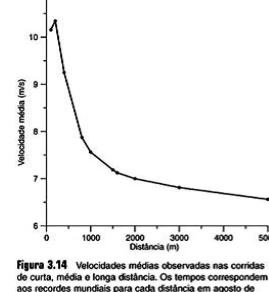


Figura 3.14 Velocidades médias observadas nas corridas de curta, média e longa distância. Os tempos correspondem aos recordes mundiais para cada distância em agosto de 2002.

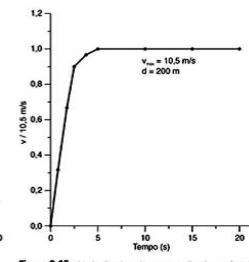


Figura 3.15 Variação do valor v normalizado em função de t para uma corrida de curta distância (200 m).

Observações feitas em primatas, correndo com dois ou quatro membros, mostram que o consumo de energia é o mesmo em ambas as situações. Como o custo energético para transportar o corpo é o mesmo, seja usando quatro ou mais membros, é preciso outro argumento para explicar a vantagem ou a desvantagem que o ser humano teria por se locomover com dois membros

3. MOVIMENTO COMPOSTO OU PARABOLICO

Movimento composto é o movimento resultante da composição de um movimento com velocidade uniforme na direção horizontal, e um MUA com aceleração uniforme $\mathbf{a} = \mathbf{g}$ na direção vertical. A trajetória resultante é parabólica, como mostra a Figura 3.16. As equações desse movimento são as seguintes

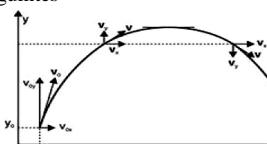


Figura 3.16 Trajetória parabólica de um movimento composto, com velocidade inicial \mathbf{v}_0 e posição inicial (x_0, y_0) .

Direção x:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_x &= \mathbf{0} \\ \mathbf{v}_x &= \mathbf{v}_{0x} \\ \mathbf{x} &= x_0 + v_{0x} t \end{aligned}$$

Direção y:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_y &= -\mathbf{g} \\ \mathbf{v}_y &= v_{0y} - gt \\ \mathbf{y} &= y_0 + v_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 \end{aligned}$$

A Figura 3.16 mostra a posição (x_0, y_0) , a velocidade inicial (v_{0x}, v_{0y}) e a velocidade em qualquer instante t .

Note que, no movimento de subida e descida, as velocidades para uma mesma altura têm o mesmo módulo.

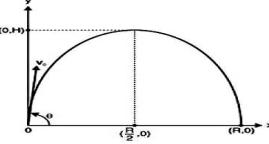


Figura 3.17 Movimento parabólico com velocidade inicial \mathbf{v}_0 . A trajetória alcança a altura e o afastamento máximos H e R , respectivamente.

Considere $\mathbf{x}_0 = \mathbf{y}_0 = \mathbf{0}$, conforme a Figura 3.17. Se a velocidade inicial \mathbf{v}_0 tem inclinação θ , então

$$v_{0x} = v_0 \cos \theta \quad \text{e} \quad v_{0y} = v_0 \sin \theta$$



A altura máxima dessa trajetória tem coordenadas $x = \frac{R}{2}$ e $y = H$.

Nessa posição, $v_y = 0$, logo,

$$v_{oy} = g t$$

Ou seja,

$$t = \frac{v_0 \operatorname{sen} \theta}{g} \quad (3.14)$$

Será o tempo empregado para alcançar a altura H , portanto,

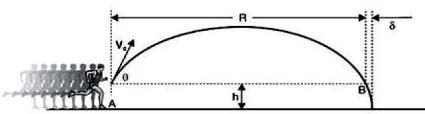
$$H = (v_0 \operatorname{sen} \theta)t - \frac{1}{2}gt^2 = \frac{v_0^2 \operatorname{sen}^2 \theta}{2g} \quad (3.15)$$

No instante $2t$ a trajetória atinge seu *afastamento máximo R*, portanto,

$$R = 2tv_{ox} = \frac{v_0^2 \operatorname{sen} \theta}{g} \quad (3.16)$$

PRIMEIRA APLICAÇÃO

Um atleta vai realizar um salto em distância. Quando iniciar o salto, ele terá uma velocidade de 10,5 m/s. Se o seu centro de massa estiver a 60 cm do chão, a que distância o atleta saltará? Não considere o efeito da resistência do ar.



DISCUSSÃO: No ponto A da trajetória AC do centro de massa do atleta, a velocidade inicial v_0 terá os componentes

$$v_{0x} = 10,5 \text{ m/s} \text{ e } v_{0y} = 3,43 \text{ m/s}$$

Pois, ao iniciar o salto, ele está com uma velocidade $v = 10,5 \text{ m/s}$ na direção horizontal. Como, ao iniciar o salto, o centro de massa está a 0,6 m do chão, o componente vertical de v_0 será

$$v_{0y} = \sqrt{2(9,8 \text{ m/s}^2)(0,6 \text{ m})} = 3,43 \text{ m/s}$$

A inclinação e a magnitude de v_0 serão, respectivamente,

$$\theta = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{v_{0y}}{v_{0x}} \right) = \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{3,43}{10,5} \right) = 18,09^\circ$$

$$v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2} = 11,05 \text{ m/s}$$

No ponto B da trajetória, a velocidade do atleta também será 11,05 m/s. Logo, usando a equação (3.16), poderemos calcular o afastamento máximo

$$R = v_0^2 \frac{\operatorname{sen} 2\theta}{g} = (11,05 \text{ m/s})^2 \frac{\operatorname{sen} 36,18^\circ}{9,8 \text{ m/s}^2} = 7,35 \text{ m}$$

O ponto C da trajetória é a posição do centro de massa do atleta ao bater no chão t é o tempo necessário para fazer a trajetória BC, então

$$0,6 \text{ m} = v_{0y}t + \frac{1}{2}gt^2 = (3,43 \text{ m/s})t + \frac{1}{2}(9,8 \text{ m/s}^2)t^2 \Rightarrow t = 0,145 \text{ s}$$

Logo, o afastamento horizontal δ será

$$\delta = v_{0y}t = (10,5 \text{ m/s})(0,145 \text{ s}) = 1,52 \text{ m}$$

Assim, o salto em distância do atleta será $R + \delta = 8,87 \text{ m}$. Esse resultado não levou em consideração o efeito da resistência do ar. Normalmente os atletas que praticam essa modalidade de esporte não são corredores de curta distância (com a honrosa exceção do norte-americano C. Lewis). Assim, considerar $v_{0x} = 10,5 \text{ m/s}$ está um pouco além da velocidade inicial que esses atletas podem alcançar. Os recordes mundiais (até junho de 2002) de 8,95 m para homens e 7,52 m para mulheres mostram que os atletas dessa modalidade, além de aumentarem a velocidade com que iniciam o salto, tentam aproveitar favoravelmente o efeito da resistência do ar durante o salto.

SEGUNDA APLICAÇÃO

Observações do salto de uma pulga mostraram que a trajetória do salto é parabólica e que a velocidade inicial v_0 é próxima de 1,3 m/s, com uma inclinação θ de aproximadamente 87° . Com esses dados, mais a Figura 3.18, discuta qual deve ser a aceleração produzida pelas patas da pulga para que ela realize este salto.

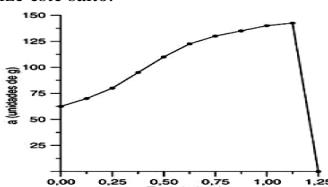
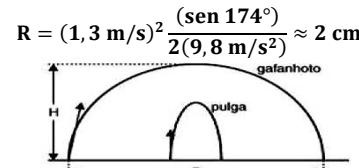


Figura 3.18 Variação da aceleração durante os primeiros ms do salto da pulga.
(Adaptado de Rothschild et al, Op. Cit.)

DISCUSSÃO: Considerando $v_0 = 1,3 \text{ m/s}$ e $\theta = 87^\circ$, então de acordo com as equações (3.15) e (3.16), a altura e o afastamento máximos do salto serão, respectivamente,

$$H = (1,3 \text{ m/s})^2 \frac{(\operatorname{sen}^2 87^\circ)}{2(9,8 \text{ m/s}^2)} \approx 9 \text{ cm}$$



Da Figura 3.18 extraímos que a pulga, para dar este salto, encolheu suas patas durante um tempo médio de aproximadamente 1,25 m. Logo, usando (3.8), encontramos que a aceleração, devido à ação dos músculos das patas, será

$$a = \frac{v_0}{t} = \frac{(1,3 \text{ m/s})}{(1,25 \cdot 10^{-3} \text{ s})} \approx 100 \text{ g}$$

Ou seja, aproximadamente cem vezes maior que a aceleração da gravidade terrestre.

No caso do salto de um gafanhoto observou-se que o afastamento máximo de seu salto é cerca de 80 cm, e a inclinação da trajetória em seu ponto inicial é $\approx 55^\circ$. Logo, usando (3.16), podemos calcular a velocidade inicial do salto

$$v_0^2 = \frac{g R}{\operatorname{sen} 2\theta} = \frac{(9,8 \text{ m/s}^2)(0,8 \text{ m})}{(\operatorname{sen} 110^\circ)} \approx 2,89 \text{ m/s}$$

Logo, $v_0 \approx 2,89 \text{ m/s}$. Com essa velocidade, calculamos que a altura H que o salto do gafanhoto alcança é $\approx 30 \text{ cm}$. Como $\approx 30 \text{ ms}$ é o tempo médio durante o qual os músculos de suas patas se encolheram para dar o salto, a aceleração devida à ação desses músculos será

$$a = \frac{v_0}{t} = \frac{(2,89 \text{ m/s})}{(30 \cdot 10^{-3} \text{ s})} \approx 10 \text{ g}$$

Ou seja, aproximadamente 10 vezes maior que a aceleração da gravidade terrestre.

O movimento composto de um sapo foi analisado por Mash, através de uma visualização obtida com filme de alta velocidade.

4. MOVIMENTO RELATIVO

Muitas vezes, um objeto que está em movimento encontra-se em um meio que também está se movimentando. É o caso de um passageiro caminhando no corredor de um trem em movimento ou o caso de um peixe nadando em um rio com correnteza. Estes meios também podem estar em movimento em relação a um terceiro, e assim por diante. Esses movimentos são denominados movimentos relativos. Nessas situações, tanto a posição quanto velocidade do objeto somente podem ser especificada em relação a um meio.

Por exemplo, se um trem, puxando uma longa plataforma, tem uma velocidade V_{PT} em relação à Terra, e se nessa plataforma um automóvel se deslocar com velocidade V_{AP} em relação à plataforma, então a velocidade do automóvel em relação à Terra será

$$V_{AT} = V_{AP} + V_{PT} \quad (3.17)$$

Se uma barata caminha sobre o assoalho de um automóvel com velocidade V_{BA} em relação ao automóvel, então sua velocidade em relação à Terra será

$$V_{BT} = V_{BA} + V_{AT} = V_{BA} + V_{AP} + V_{PT}$$

Matematicamente, qualquer velocidade relativa pode ser transferida de um lado para outro de uma equação, bastando, para isso, trocar o sinal do vetor em (3.17)

$$V_{AP} = V_{AT} - V_{PT} = V_{AT} + V_{TO}$$

pois, geralmente, $V_{PQ} = -V_{QP}$

5. FORÇAS E BIOMECÂNICA

Na biomecânica, usando leis e conceitos da mecânica, interpretamos e explicamos uma série de fenômenos que ocorrem quando um ser vivo está em repouso ou em movimento. Todo corpo que está inicialmente em repouso, acionando alguns de seus músculos, poderá se locomover. Por análise mecânica, é possível entender total ou parcialmente o movimento desse corpo. Esta ação sinérgica de ossos e músculos, no caso dos vertebrados, se manifesta como forças. São os efeitos dessas forças sobre um corpo que o faz movimentar-se.

A simplicidade ou complexidade das forças que atuam sobre um corpo em movimento depende do tipo de movimento e da estrutura do corpo. Um beija-flor ao voar realiza movimentos que algumas outras aves não conseguem realizar. Isso se deve a diversos fatores físicos e biológicos que influenciam esse tipo de locomoção; também existem no reino animal, animais que correm mais rapidamente que outros. A biomecânica, utilizando leis gerais da física e mais especificamente da mecânica, tenta explicar essa diferença nos movimentos de seres vivos. Mas como utilizar estas leis? Essa é a discussão que iremos iniciar a seguir.



FORÇAS FUNDAMENTAIS E DERIVADAS

Como a força é uma grandeza vetorial, para descrevê-la, qualquer que seja sua natureza, é necessário conhecer a direção em que ela atua e também sua intensidade (valor quantitativo em termos de uma unidade-padrão de força). No SI a força é expressa em newton (N), e no sistema CGS, em dina. A figura de 3 N, orientada a 0° em relação à horizontal. Para operar forças matematicamente, seguimos todas as regras aplicadas às quantidades vetoriais.

As forças fundamentais são forças de interação entre corpos macroscópicos e/ou partículas elementares. Essas forças podem ser:

- **Gravacionais**, resultantes da interação entre massas.
- **Eletromagnéticas**, resultantes da interação entre cargas elétricas.
- **Nucleares fortes**, de curto alcance, resultantes da interação entre nêutrons (nêutros ou próton).
- **Nucleares fracas**, de curto alcance, que provocam instabilidade em nêutros e partículas elementares.

Qualquer outra forma de força é uma força derivada, como, por exemplo, as forças elásticas, de contato, musculares, moleculares, etc.

Na **biomecânica**, analisamos principalmente os efeitos das forças denominadas **derivadas**; estas podem ser de origem externa ao corpo onde agem ou resultantes do efeito de vários componentes do corpo.

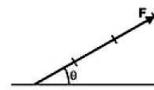


Figura 3.19 Vetor F com 3 N de intensidade e orientado θ° .

FORÇAS ELÁSTICAS

Ao serem submetidos a certos esforços, geralmente os corpos sofrem deformação em suas dimensões lineares. Nestas condições, a deformação sofrida dependerá do esforço aplicado, de sua forma geométrica e da natureza do material de que é constituído. Esses esforços deformantes podem ser:

- **Tração**: quando o corpo é submetido à ação de duas forças, com sentidos relativos de afastamento, aplicadas em pontos diferentes. Como se vê na Figura 3.20, o corpo sofrerá um alongamento na direção em que agem as forças e um encurtamento perpendicularmente a essa direção.
- **Compressão**: quando o corpo é submetido à ação de duas forças, com sentidos relativos de aproximação, aplicadas em pontos diferentes. Como se vê na Figura 3.21, o corpo será encurtado na direção das forças e experimentará um alongamento perpendicularmente a essa direção.
- **Flexão**: quando o corpo é submetido pelo menos à ação de três forças, sendo duas no mesmo sentido e outra em sentido contrário. Como se vê na Figura 3.22, o corpo sofrerá compressão em uma superfície e tração em outra, devido à distribuição das forças na parte interna do corpo. O corpo deformado apresentará uma linha neutra \parallel' , onde a ação de força resultante é nula.
- **Torção**: quando um corpo é submetido à ação de pares de força, que agem em sentidos opostos e em planos diferentes. Na Figura 3.23 está representado o efeito de dois pares de força; as partes externas do corpo serão torcidas na direção da sua parte interna, que formará o eixo de torção.



Figura 3.20 Corpo de comprimento L , submetido a esforço de tração.



Figura 3.21 Corpo de comprimento L , submetido a esforço de compressão.

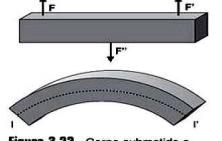


Figura 3.22 Corpo submetido a esforço de flexão.

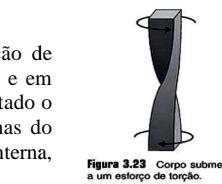
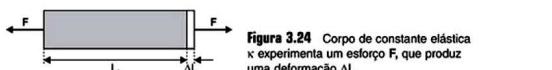


Figura 3.23 Corpo submetido a um esforço de torção.

A elasticidade de um corpo, ou seja, sua capacidade de retornar à forma inicial (depois que um esforço deformador deixou de agir) pode ser caracterizada por um parâmetro denominado constante de força ou elasticidade. Na Figura 3.24, a força de deformação F , aplicada a um corpo que tem comprimento inicial L_0 , o alongará em ΔL .



Enquanto a intensidade da força aplicada satisfaz a relação

$$F = K \cdot \Delta L \quad (3.20)$$

Sendo K a constante elástica do material que constitui o corpo, estamos na região do corpo. Ao retirarmos F , o corpo voltará a sua dimensão inicial. A equação (3.20) é denominada lei de Hooke; lei que caracteriza a elasticidade dos materiais em geral. Essa lei é válida para materiais de composição homogênea.

É usual avaliar-se o grau de elasticidade de um material usando-se uma constante Y , denominada módulo de Yong e definida como

$$Y = \frac{\text{Tensão}}{\text{Deformação}} = \frac{F}{\frac{\Delta L}{L_0}} \quad (3.21)$$

Onde Y terá unidades de N/m^2 . Note que em (3.21), e como se vê na Figura 3.24, entendemos como deformação a relação $\frac{\Delta L}{L_0}$, ou seja, a variação da dimensão do corpo em relação a seu tamanho antes de o esforço ser aplicado. A tensão é a relação entre o esforço aplicado e a área A da seção do corpo onde aplicarmos F . nas Figuras 3.25 e 3.26, mostramos as áreas A e A' , respectivamente.

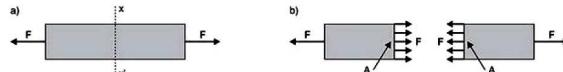


Figura 3.25 a) Esforço de tração F aplicado a um corpo de seção transversal uniforme. xx' é um plano transversal ao corpo.
b) A tração F distribui-se de maneira uniforme na área A .

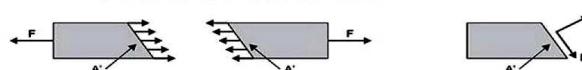


Figura 3.26 O esforço de tração F aplicado em uma secção de corpo de área A' pode ser decomposto em esforço tangencial $F_{||}$ e normal F_\perp .

Quando analisamos o efeito do esforço na secção do corpo de área A' , como se vê na Figura 3.26, o esforço é decomposto em um componente normal F_\perp e outro tangencial $F_{||}$, onde

$$F^2 = F_\perp^2 + F_{||}^2$$

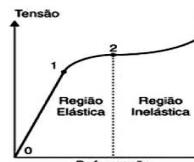


Figura 3.27 Forma característica do gráfico tensão = $f(\text{deformação})$ para um material sólido.

A Figura 3.27 mostra um gráfico característico $\text{tensão} = f(\text{deformação})$, que se aplica a um grande número de materiais sólidos. Nesse gráfico, o trecho $0 \rightarrow 1$ é a região de proporcionalidade. Nessa região, o módulo de elasticidade do material é constante, dependendo apenas da natureza do material. No trecho $1 \rightarrow 2$, a relação entre a tensão e a deformação não é linear. O techo $0 \rightarrow 2$ define a região elástica do material. No trecho $2 \rightarrow 3$, o corpo está permanentemente deformado até chegar ao valor em 3, conhecido como ponto de ruptura. O trecho $2 \rightarrow 3$ define a região inelástica do material.

Por exemplo, no intervalo linear, para o aço duro e para o osso compacto (tíbia de boi), temos os seguintes valores experimentais:

	Tração máxima (N/m^2)	Compressão máxima (N/m^2)	Y (N/m^2)
Aço duro	$82,7 \times 10^7$	$55,2 \times 10^7$	$2,07 \times 10^{11}$
Osso compacto	$9,8 \times 10^7$	$14,7 \times 10^7$	$1,79 \times 10^{10}$

No caso dos ossos, como este material normalmente faz parte de uma estrutura em movimento, estará permanentemente submetido a forças intrínsecas. Este osso possui uma grande resistência física, porém uma pequena resistência fisiológica. A resistência física é determinada pelas forças internas que se opõem às forças externas, mantendo o corpo em equilíbrio.

A constituição de um osso é de aproximadamente 70% de componentes minerais e 20% de proteínas, sendo o restante substâncias de adesão e água.

O componente mineral são os cristais inorgânicos de hidroxiapatita, enquanto o componente protéico são as fibras orgânicas de colágeno. As propriedades viscoelásticas do osso devem-se a estes dois componentes. A Figura 3.28 é um gráfico típico da região linear da tensão e deformação, para um osso e seus componentes mineral e protéico. Notamos que seu componente mineral é o que garante a resistência desse material a um esforço. O colágeno contribui muito pouco para a resistência à compressão e pode ter contribuição expressiva para a resistência à tração.



Figura 3.28 Relação linear entre tensão e deformação para um osso compacto e seus componentes mineral e protéico. O primeiro quadrante refere-se ao caso em que a tensão é uma tração, e o terceiro, ao de uma compressão.

A propriedade dos ossos de resistir aos esforços recebidos é consequência do arranjo de suas lâminas trabeculares; são esses arranjos que dão origem à força interior que se opõe à exterior, dando a este material uma grande resistência física. Como as estruturas ósseas dos animais são diferentes entre si, geralmente a resistência dos ossos a esforços de tração ou de compressão varia de uma espécie para outra.

Por exemplo, no caso do fêmur humano e de outros animais, este osso apresenta diferentes resistências às tensões deformadoras de tração ou de compressão que são mostradas a seguir;



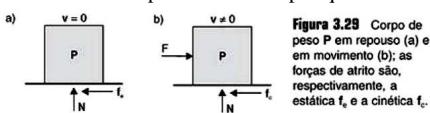
Especie	Tração x10 ⁷ N/m ²	Compressão x10 ⁷ N/m ²
Homem	12,4	17,0
Cavalo	12,1	14,5
Boi	11,3	14,7
Cervo	10,3	13,3
Javali	10,0	11,8
Porco	8,8	10,0
Avestruz	7,1	12,0

Note que a variação máxima da resistência deste osso entre as espécies anteriormente citadas é um fator da ordem de 1,7. Uma discussão interessante foi feita por Bonser para calcular o módulo de Young aplicando aos constituintes da pata de uma avestruz.

Nos humanos, os ossos resistem às tensões de modo diferente. Além dos arranjos das trabéculas, há outros fatores. Por exemplo, nas vértebras é importante a curvatura da coluna vertebral; na clavícula são importantes as duas curvaturas e as duas bordas; no úmero é importante a concavidade no terço inferior do eixo longitudinal; no fêmur são importantes as formas da diáfise e duas epífises; na tibia são importantes a forma na diáfise com uma concavidade dirigida para fora em seu terço superior e outra dirigida para dentro em seu terço inferior, ambos girando sobre o seu eixo longitudinal.

FORÇAS DE ATRITO

Outro tipo de força derivada bastante comum é a força de contato. A origem dessa força é o contato físico entre dois corpos. As forças de atrito são um caso típico de forças de contato. A intensidade dessa força depende do coeficiente de atrito entre as superfícies dos corpos que estão em contato.



Na Figura 3.29 temos um corpo de peso $P = m \cdot g$, em repouso e em movimento. A massa do corpo é m . Em qualquer dessas situações:

$$N = P; \text{ componente de vínculo ou força normal de contato.}$$

$$\text{Quando o corpo está em repouso, } f_e = \mu_e N; \text{ força de atrito estático.}$$

Quando o corpo está em movimento, devido à ação da força externa, F , $f_c = \mu_c N$; força de atrito cinético μ_c e μ_e são respectivamente os coeficientes de atrito cinético e estático. Para a mesma superfície, geralmente $\mu_c < \mu_e$.

FORÇA MUSCULAR

Força muscular é um conjunto de forças cuja origem está no tecido muscular. Fisiologicamente, nesse tecido, acontecem interações de certas proteínas que experimentam mudanças de configuração, proporcionando, assim, uma contração rápida e voluntária. A ação dessa força é consequência da seguinte transformação de energia.

$$\text{Energia Química} \Rightarrow \text{Energia Mecânica} + \text{Energia Térmica}$$

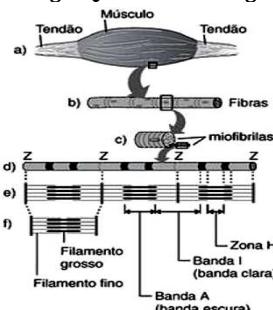


Figura 3.30 Tecido muscular (a), suas fibras (b) e miofibrilas (c). Divisão em sarcômeros das miofibrilas (d) com o músculo relaxado (e) ou contraído (f).

A Figura 3.30 mostra a constituição básica de um tecido muscular. O músculo estriado é constituído por **fibras longas**, cujos extremos estão ligados a **tendões** (a). Essas fibras são células muito compridas com muitos núcleos (b). Cada fibra contém muitas **miofibrilas**, ou conjunto paralelo de filamentos contráteis (c). As miofibrilas estão divididas em sarcômeros (unidades contráteis do músculo) pelas linhas Z (d). Entre as linhas Z, quando o músculo está **relaxado**, temos **filamentos grossos e finos** regularmente espaçados (e). Durante a contração do músculo, os filamentos finos deslizam entre os grossos (f), encurtando o sarcômero (o que se vê com maior detalhe na Figura 3.31).

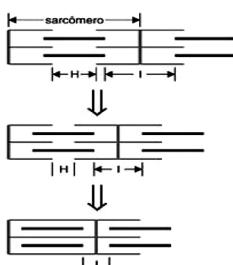


Figura 3.31 Durante a contração de um músculo, a banda I e a zona H encurtam, produzindo aproximação entre os tendões, que por sua vez estão inseridos nos ossos.

Ao excitar um ponto qualquer do organismo, essa excitação é conduzida pelos neurônios até o cérebro e retorna por outros neurônios com a ordem até que atinge a placa motora, que, por sua vez, provoca a contração do músculo.

A força máxima que um músculo pode exercer depende da área de sua seção transversal. No homem essa força está dentro do intervalo de 2,7 a $3,6 \times 10^5 \text{ N/m}^2$. Por exemplo, para um músculo exercer uma força de 530, deverá haver uma seção transversal entre 15 a 20 cm².

A **contração** de um músculo é medida pela alteração da força exercida em seus pontos fixos ou pelo simples encurtamento. De acordo com o efeito final, ou seja, com o movimento produzido no corpo, as contrações experimentadas pelos músculos podem ser:

➤ **Estática ou Isométrica:** Neste caso, a tensão produzida é insuficiente para mover um segmento do corpo ante uma determinada resistência. Externamente, o músculo não altera seu comprimento, porém, internamente, ele experimenta um equilíbrio entre as tendências ao encurtamento dos elementos contráteis e ao alongamento dos elementos elásticos. No tecido muscular ocorre a transformação

$$\text{Energia Química} \Rightarrow \text{Energia Térmica}$$

➤ **Dinâmica ou Isotônica:** Neste caso, a tensão produzida pode mover uma parte do corpo ante uma determinada resistência, produzindo um trabalho mecânico. No tecido muscular acontece a seguinte transformação

$$\text{Energia Química} \Rightarrow \text{Energia Mecânica} + \text{Energia Térmica}$$

As consequências isotônicas podem ser de dois tipos:

➤ **Concêntrica:** Quando há encurtamento das fibras musculares e o trabalho final é visível.

➤ **Excêntrica:** Quando há um alongamento das fibras; ainda que haja contração, isso é superado pela resistência encontrada.

As Figuras 3.32 e 3.33 mostram modelos de contração isométrica e isotônica, respectivamente.

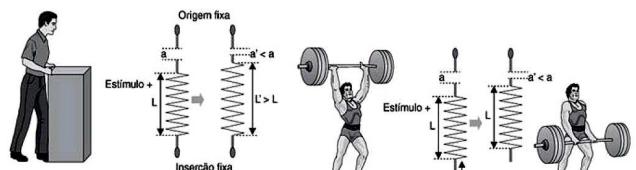


Figura 3.32 Pessoa tentando deslocar um objeto fixo no chão. Contração muscular isométrica: os elementos elásticos tendem a se alongar e os contráteis a se encurtar. O comprimento da fibra muscular não se altera.

Figura 3.33 Contração muscular isotônica: os elementos elásticos não se alteram, enquanto os contráteis se encurtam ou alongam. As fibras musculares sofrem variação em seu comprimento.

No primeiro caso, tanto a origem quanto a inserção do músculo estão fixas. No segundo caso, só uma extremidade é fixa.

Dependendo da localização de um músculo e do tipo de movimento executado, a **força muscular** produzida pode ser vista como resultante de componentes que atuam especificamente no movimento de uma parte do corpo. Na Figura 3.34 temos o caso de dois segmentos ósseos e um músculo, cuja origem O se encontra num segmento e inserção I, em outro.

A força muscular F terá um componente rotador R e um componente estabilizador E . Quando o segmento ósseo AC se move no sentido anti-horário, em torno da articulação A, tanto o componente R quanto o ângulo ϕ aumentam, enquanto o componente E diminui. É evidente que esse efeito do músculo deve-se ao tipo de movimento desse segmento ósseo.

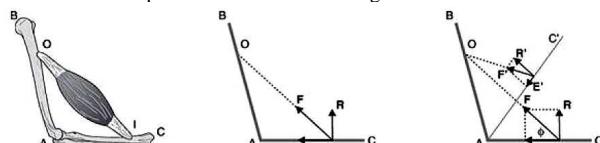


Figura 3.34 Músculo com origem O e inserção I, atuando sobre os ossos AB e AC. R e E são respectivamente os componentes rotador e estabilizador da força muscular F. Quando o osso II muda para a posição II', o ângulo de tração ϕ da força F aumenta, sendo de $R' > R$ e $E' < E$.

Um estudo bastante detalhado sobre vertebrados, relacionando a função dos músculos com a elasticidade do tendão, foi feito por Alexander, que mostra a grande importância dessas articulações para o movimento dos ossos.

6. MOMENTO: ALAVANCAS

O momento ou torque M de uma força F é uma quantidade vetorial, calculada em relação a um ponto fixo O. Este ponto pode ser no corpo ou fora dele. Quando uma força que age sobre um corpo produz um momento, então o corpo tenderá a ter um **movimento de rotação** em torno do eixo que passa por O. Por definição

$$M = r \times F \quad (3.22)$$

Onde r é a distância entre o ponto de ação A da força e o ponto fixo O (como mostra a Figura 3.35). A direção de M é dada pela regra da mão direita aplicada aos produtos vetoriais e sua intensidade, por

$$M = r \cdot F \cdot \sin \theta = F \cdot (r \cdot \sin \theta) = F \cdot d \quad (3.23)$$

Onde d é determinado braço da força F, ou braço do momento.



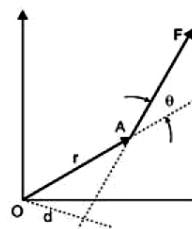


Figura 3.35 Força F produzindo um momento M em relação ao ponto fixo O .

A alavanca é um sistema que, ao experimentar uma pequena força $F_<$, pode equilibrar ou erguer um corpo que exerce uma força maior $F_>$.

A razão $\frac{F_>}{F_<}$ é denominada **vantagem mecânica**. Para termos uma alavanca, o sistema deve experimentar a ação de pelo menos duas forças e ter um ponto de apoio. Se duas forças paralelas P e R agem sobre uma barra horizontal que tem um ponto de apoio, dependendo dos pontos de ação dessas forças, é possível gerar três tipos de alavancas, como se vê na Figura 3.36.

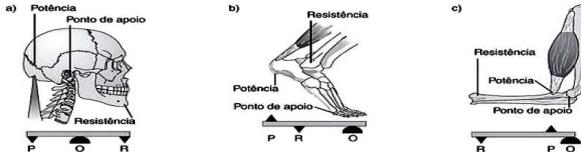


Figura 3.36 Três tipos de alavanca. P é uma força aplicada para equilibrar ou erguer a força resistente R .

A função de uma alavanca é realizar um trabalho com boa vantagem mecânica, levando a um equilíbrio de forças com intensidades diferentes, por meio de seus momentos. No corpo humano, os ossos e músculos formam conjuntos de alavancas, sendo mais comum encontrar as alavancas de força (Figura 3.36b) e de velocidade (Figura 3.36c). Os ossos atuam como uma barra sólida, inflexível, onde serão aplicadas forças, e os músculos agirão como gerador de potência na produção de movimento ou como resistência adicionada a uma carga externa.

Quando o momento sobre o corpo não é nulo, seu movimento será de rotação. Logo, para um corpo estar em total equilíbrio, deverá satisfazer às seguintes condições. Se

- A **resultante** das forças externas que agem sobre o corpo for nula, ele permanecerá em repouso ou em movimento com velocidade constante.
- O **momento** resultante devido às forças externas sobre o corpo for nulo, ele permanecerá em equilíbrio de rotação.

CENTRO DE MASSA DE UM CORPO

O centro de um corpo é um ponto que pode estar ou não na parte material do corpo. Esse ponto tem as seguintes propriedades:

- Ele se movimentará com velocidade constante, quando a resultante das forças externas sobre o corpo for nula ou na ausência de forças externas.
- Ele terá uma aceleração $a = \frac{F}{M}$, quando uma força externa F agir sobre o corpo de massa M .



Figura 3.37 Centros de massa de três corpos de forma regular.

Para localizar o centro de massa (CM) de um corpo, devemos levar em conta duas possíveis situações. Se o corpo tiver:

- **Forma geométrica regular**, o CM coincidirá com seu centro de simetria; alguns casos são apresentados na Figura 3.37;
- **Forma geométrica irregular**, então o CM é localizado da seguinte maneira:
- ✓ Procuraremos decompor o corpo de massa M em diversas partes, cada uma com forma regular e com massa m_i ($i = 1, 2, \dots, n$);
- ✓ Determinaremos o CM (x_i, y_i, z_i) de cada parte, ou seja, os respectivos centros de simetria de cada parte;
- ✓ Finalmente, as coordenadas (x_{cm}, y_{cm}, z_{cm}) do CM do corpo serão dadas por

$$x_{cm} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}; \quad y_{cm} = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i}; \quad z_{cm} = \frac{\sum m_i z_i}{\sum m_i} \quad (3.24)$$

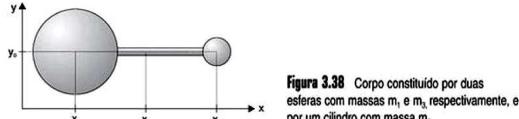


Figura 3.38 Corpo constituído por duas esferas com massas m_1 e m_3 , respectivamente, e por um cilindro com massa m_2 .

Por exemplo, na Figura 3.38 temos duas esferas com massas m_1 e m_3 unidas por uma barra cilíndrica com massa m_2 . O centro de massa desse conjunto será dado por

$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2 + m_3} \quad y_{cm} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_3 y_3}{m_1 + m_2 + m_3} = y_0$$

Pois $y_1 = y_2 = y_3 = y_0$.

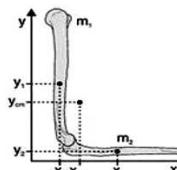


Figura 3.39 Conjunto de dois ossos em ângulo reto, sendo $m_1 > m_2$.

No figura 3.39, temos dois ossos com massa m_1 e m_2 , respectivamente, formando ângulo reto. Neste caso, teremos

$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}; \quad y_{cm} = \frac{m_1 y_1 + m_2 y_2}{m_1 + m_2}$$

Sendo $m_1 > m_2$, ou seja, $m_1 = k \cdot m_2$, com $k > 1$, então

$$x_{cm} = \frac{k m_2 x_1 + m_2 x_2}{k m_2 + m_2} = \frac{k x_1 + x_2}{1 + k} \Rightarrow (x_2 - x_{cm}) = k(x_{cm} - x_1)$$

Ou seja, x_{cm} está mais perto do osso com massa maior, no caso, m_1 .

$$y_{cm} = \frac{k m_2 y_1 + m_2 y_2}{k m_2 + m_2} = \frac{k y_1 + y_2}{1 + k} \Rightarrow (y_{cm} - y_1) = k(y_1 - y_{cm})$$

Ou seja, y_{cm} está mais perto da coordenada y_1 do osso com massa maior.

No corpo humano, como os músculos trabalham continuamente para sustentar suas diversas partes, ao determinar seu CM, devemos considerar o corpo no seu todo e também parcialmente. A Figura 3.40 mostra os centros de massa de diferentes partes do corpo humano e os principais pontos de articulação.

Na tabela 3.1, mostramos os valores usados pela NASA para as coordenadas das articulações e dos centros de massa de várias partes do corpo humano. Estes valores correspondem a um homem adulto e são percentuais correspondentes a valores de $M = 100$ e $H = 100$. Os eixos x , y e z aparecem na Figura 3.40.

CENTROS DE MASSA DE	ARTICULAÇÕES
1 Cabeça	A Base do crânio
2 Tronco	B Escápulo-umeral
3 Braço	C Cúbito (cotovelo)
4 Antebraço	D Ilíaco-femoral
5 Mão	E Pulso
6 Coxa	F Joelho
7 Perna	G Tornozelo
8 Pé	
0 Corpo inteiro	

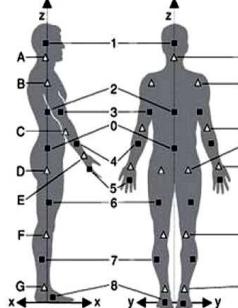


Figura 3.40 Informações usadas pela NASA (National Aeronautics and Space Administration) sobre os centros de massa e articulações de um homem adulto.

Tabela 3.1 – coordenadas das articulações e dos centros de massa de partes do corpo de um homem. Estamos considerando que o corpo tem massa $M = 100$ e altura $H = 100$.

Parte do corpo humano	Coordenadas			
	X	Y	Z	6,9
Cabeça	0,00	0,00	93,48	
Base do crânio	0,00	0,00	91,23	
Tronco	0,00	0,00	71,09	46,1
Articulação escápulo-umeral	0,00	$\pm 10,66$	81,16	
Braços	0,00	$\pm 10,66$	71,14	6,6
Cúbitos	0,00	$\pm 10,66$	62,20	
Antebraços	0,00	$\pm 10,66$	55,33	4,2
Ilíaco-femoral	0,00	$\pm 5,04$	52,13	
Mãos	0,00	$\pm 10,66$	43,13	1,7
Pulsos	0,00	$\pm 10,66$	46,21	
Coxas	0,00	$\pm 5,04$	42,48	21,5
Joelhos	0,00	$\pm 5,04$	28,44	
Pernas	0,00	$\pm 5,04$	18,19	9,6
Tornozelos	0,00	$\pm 5,04$	3,85	
Pés	0,00	$\pm 6,16$	1,78	3,4
Corpo inteiro	0,00	0,00	57,95	100,0

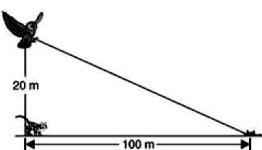


EXERCÍCIOS DE APLICAÇÃO

1. Um objeto com velocidade constante $v = 2i + 4j \text{ m/s}$ iniciou seu movimento da origem de um plano xy . Qual será sua posição 10 segundos depois de ter iniciado o movimento?

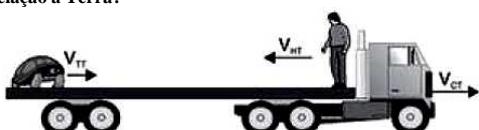
2. Admita que a posição de um objeto movimentando-se na direção x seja dada por $x = 5 + 2t + 10t^2$, sendo x expresso em metros e t , em segundos. Em relação ao objeto, qual será sua
 a) Posição inicial?
 b) velocidade em qualquer instante?
 c) Aceleração?

3. Um gato precisa se deslocar 100 m para alcançar um ratinho morto. Quando o gato começa a correr, com aceleração uniforme de 1 m/s^2 , uma coruja, que está 20 m acima do gato, tem uma velocidade de 5 m/s . Se a coruja seguir uma trajetória retínea, qual deverá ser sua aceleração para alcançar o ratinho juntamente com o gato?

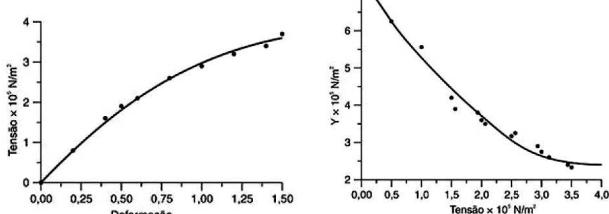


4. Quanto tempo leva um objeto para cair de uma altura de 40 m, partindo do repouso? Que distância esse mesmo objeto percorreria no dobro do tempo?

5. Sobre a plataforma de um caminhão que se desloca com velocidade uniforme de 15 m/s , uma tartaruga avança na razão de $0,2 \text{ m/s}$, e um homem caminha em direção à tartaruga com velocidade de 1 m/s . Quais serão as velocidades da tartaruga e do homem em relação à Terra?

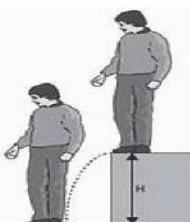


6. Um músculo sofre uma força de compressão; o gráfico tensão-deformação das fibras musculares é apresentado na figura abaixo.



a) Determine o módulo de Young, para tensões de $1; 2,5$ e $3,5 \times 10^5 \text{ N/m}^2$.
 b) faça o gráfico do módulo de Yang em função do esforço aplicado.

7. A tíbia é o osso mais vulnerável da perna do ser humano. Esse osso sofre fratura para esforços de compressão da ordem de $5 \times 10^4 \text{ N}$. Suponha que um homem com 75 kg de massa salte de uma altura H e, ao cair no chão, não dobre os joelhos. O esforço que a tíbia sofre faz com que ela tenha um encurtamento $\Delta l = 1 \text{ cm}$. Qual deverá ser o valor máximo de H para que esse osso não frature?

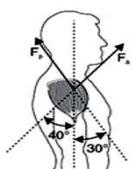


EXERCÍCIOS DE FIXAÇÃO

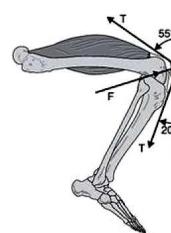
8. Considere um paciente com 70 kg submetido a um esforço de tração, como se vê na figura abaixo. Qual será o valor máximo de massa M , para que o esforço T produzido não desloque o paciente ao longo da cama? Considere o coeficiente de atrito entre a cama e as roupas do paciente igual a $0,2$.



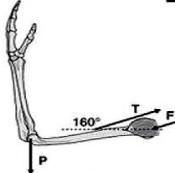
9. O músculo deltóide tem um formato triangular e movimenta o braço. Considere que as partes anterior e posterior deste músculo fazem esforços de 55 N e 35 N , respectivamente, para elevar o braço. Determine a direção e a magnitude da força F exercida pelo músculo.



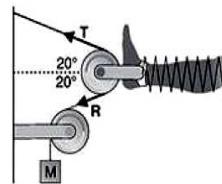
10. O músculo quadríceps se encontra na coxa e seu tendão chega até a perna. Considere a perna ligeiramente dobrada de modo que a tensão T no tendão seja 1400 N . Determine a direção e a magnitude da força F , exercida pelo fêmur sobre a patela.



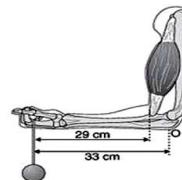
11. Considere que, em um braço esticado, o músculo deltóide exerce uma força de tração T , que forma um ângulo de 20° com o úmero. Entre esse osso e o ombro existe uma força de contato F . Se o peso P do membro superior completo é 35 N e $T = 300 \text{ N}$, detremine F , para que o úmero se mantenha em equilíbrio.



12. Uma perna engessada é submetida às tensões T e R produzidas pela massa suspensa M . Nessa situação, a perna experimenta uma tração longitudinal de 90 N . Suponha que a perna é elevada até que T seja horizontal e faça um ângulo de 35° com R . Qual será a magnitude e a direção da força F experimentada pela perna?



13. Considere que o conjunto antebraço e mão de uma pessoa pesa $23,13 \text{ N}$ e que o ponto de aplicação dessa força se encontra a $11,9 \text{ cm}$ do cúbito. A mão sustenta uma esfera de 60 N . Se o antebraço está perpendicular ao braço, determine a direção e a intensidade



- a) do momento produzido pela esfera, em torno do cúbito (ponto O);
 b) do momento produzido pela força muscular em torno do cúbito;
 c) da força muscular.

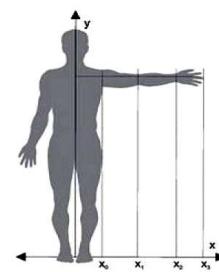
14. Um ginasta com 70 kg está suspenso com as mãos em uma barra horizontal. Determine as forças



- a) F exercida pela barra sobre a mão;
 b) T no tendão do bíceps;
 c) R exercida pelo úmero sobre o antebraço através do cúbito.

15. Considere que um homem com 80 kg e $1,75 \text{ m}$ de altura encontra-se em pé e com os membros superiores estendidos horizontalmente. Determine:

- a) A massa de cada segmento dos membros superiores;
 b) O centro de massa dos membros superiores em relação ao solo.



Obras consultadas

DURAN, J. E. R. BIOFÍSICA – FUNDAMENTOS E APLICAÇÕES. EDITORA PEARSON, 2003
 OKUNO, E. e cols. Física para Ciências Biológicas e Biomédicas. HARBRA, 1982.

